

El Grado de Matemáticas consta de cuatro cursos académicos (8 semestres, 240 ECTS). Tiene en común los dos primeros cursos (120 ECTS) de formación básica y contenidos iniciales con los grados de Ingeniería Matemática (0802), Matemáticas y Estadística (080I, en proceso de extinción) y Matemáticas y Ciencia de Datos (081F, en proceso de implantación).

Primer curso (60 ECTS obligatorios)			
Código	Asignaturas	ECTS	Semestre
800572	Matemáticas básicas (MB)	9	1º
800570	Álgebra lineal (AL)	18	1º y 2º
800571	Análisis de variable real (AR)	18	1º y 2º
800573	Informática (IN)	7.5	1º y 2º
800754	Elementos de matemáticas y aplicaciones (EM)	7.5	1º y 2º

Segundo curso (60 ECTS obligatorios)					
Tercer semestre (30 ECTS)			Cuarto semestre (30 ECTS)		
Código	Asignaturas	ECTS	Código	Asignaturas	ECTS
800577	Cálculo diferencial (CD)	6	800578	Cálculo integral (CI)	6
800584	Geometría lineal (GL)	6	800581	Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias (ED)	6
800583	Probabilidad (P)	6	800575	Estadística (E)	6
800579	Métodos numéricos (MN)	6	800580	Investigación operativa (IO)	6
800582	Estructuras algebraicas (EA)	6	800576	Física: Mecánica y Ondas (F)	6

Tercer curso (60 ECTS: 48 ECTS obligatorios y 12 ECTS optativos)					
Quinto semestre			Sexto semestre		
Código	Asignaturas obligatorias	ECTS	Código	Asignaturas obligatorias	ECTS
800589	Análisis de funciones de variable compleja (AFVC)	7.5	800590	Optimización (OPTI)	6
800587	Ecuaciones diferenciales (EDIF)	7.5	800588	Análisis Numérico (ANNU)	6
800585	Geometría diferencial de curvas y superficies (GD)	7.5	800591	Ecuaciones Algebraicas (EAL)	6
800586	Topología elemental (TOEL)	7.5			
Asignaturas optativas del Quinto y Sexto semestre: elegir 2 de 6 de la siguiente lista					
800597	Modelos estadísticos (MEST)	6	800596	Astronomía y geodesia (AG)	6
800594	Historia de las matemáticas (HM)	6	800595	Matemática elemental desde un punto de vista superior (MELE)	6
800592	Teoría de conjuntos (TC)	6	800593	Lógica matemática (LM)	6

Cuarto curso (60 ECTS: 48 ECTS optativos y 12 ECTS de Trabajo de Fin de Grado)		
Séptimo y Octavo semestre		
Itinerarios	Matemática pura y aplicada (Itinerario I, Itinerario II)	36 ECTS
	Ciencias de la Computación	36 ECTS
• 1 asignatura de este Grado		6 ECTS
• 1 asignatura optativa / prácticas / actividades...		6 ECTS
• Trabajo de Fin de Grado (TFG) (800598)		12 ECTS

Cuarto curso: ITINERARIO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN		
• 6 asignaturas optativas específicas del itinerario de Ciencias de la Computación		36 ECTS
• 1 asignatura optativa de este Grado no cursada incluida en este documento, que puede ser una de las 6 optativas de tercer curso, una de cuarto curso de cualquier itinerario o una de las 4 que figuran en la Tabla adicional. También puede ser Prácticas curriculares o académicas.		6 ECTS
• 1 asignatura optativa de este Grado no cursada, o • 1 asignatura de otro Grado ofertada a este por la Facultad de CC. Matemáticas o por otra Facultad de la UCM (la oferta puede cambiar cada curso; se indica en el fichero de horarios del curso respectivo), o • Prácticas curriculares o académicas ajustadas a la normativa del Centro, o • Reconocimiento de créditos por diversas actividades tales como: idiomas, actividades culturales, de cooperación o de representación estudiantil, etc.		6 ECTS
• Trabajo de Fin de Grado (TFG) (800598)		12 ECTS

ITINERARIO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN			
Asignaturas optativas (Elegir 3 de 4)	Álgebra computacional (ALCP)	800612	6 ECTS
	Estructuras de datos (EDAT)	800614	6 ECTS
	Diseño de algoritmos (DIAL)	800615	6 ECTS
	Autómatas y computabilidad (AUTC)	800616	6 ECTS
Asignaturas optativas (Elegir 3 de 4)	Teoría de la programación (TPRO)	800617	6 ECTS
	Programación declarativa (PRDE)	800618	6 ECTS
	Programación paralela (PRPA)	800619	6 ECTS
	Geometría computacional (GCOM)	800620	6 ECTS

Cuarto curso: ITINERARIOS DE MATEMÁTICA PURA Y APLICADA		
• 3 asignaturas optativas comunes a los dos Itinerarios I y II		18 ECTS
Elegir ITINERARIO	• 3 asignaturas optativas específicas del itinerario I	18 ECTS
	• 3 asignaturas optativas específicas del itinerario II	18 ECTS
• 1 asignatura optativa de este Grado no cursada incluida en este documento, que puede ser una de las 6 optativas de tercer curso, una de cuarto curso de cualquier itinerario o una de las 4 que figuran en la Tabla adicional. También puede ser Prácticas curriculares o académicas.		6 ECTS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 asignatura optativa de este Grado no cursada, o</li> <li>• 1 asignatura de otro Grado ofertada a este por la Facultad de CC. Matemáticas o por otra Facultad de la UCM (la oferta puede cambiar cada curso; se indica en el fichero de horarios del curso respectivo), o</li> <li>• Prácticas curriculares o académicas ajustadas a la normativa del Centro, o</li> <li>• Reconocimiento de créditos por diversas actividades tales como: idiomas, actividades culturales, de cooperación o de representación estudiantil, etc.</li> </ul>		6 ECTS
• Trabajo de Fin de Grado (TFG) (800598)		12 ECTS

ITINERARIOS DE MATEMÁTICA PURA Y APLICADA

Asignaturas optativas comunes a los Itinerarios I y II (Elegir 3 de 4)	Teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales (TCEP)	800599	6 ECTS	
	Curvas algebraicas (CALG)	800600	6 ECTS	
	Variedades diferenciables (VDIF)	800602	6 ECTS	
	Teoría de la medida (TMED)	800601	6 ECTS	
Elegir ITINERARIO	ITINERARIO I Asignaturas optativas (Elegir 3 de 5)	Álgebra conmutativa (ALCN)	800603	6 ECTS
		Topología algebraica (TOAL)	800605	6 ECTS
		Análisis funcional (ANFN)	800606	6 ECTS
		Geometría diferencial (GDIF)	800604	6 ECTS
		Análisis complejo (ANCP)	800607	6 ECTS
	ITINERARIO II Asignaturas optativas (Elegir 3 de 5)	Ampliación de ecuaciones en derivadas parciales (AMEP)	800608	6 ECTS
		Análisis numérico de ecuaciones en derivadas parciales (ANEP)	800609	6 ECTS
		Análisis real (ANRE)	800610	6 ECTS
		Procesos estocásticos y simulación (PROS)	800611	6 ECTS
		Álgebra computacional (ALCP)	800612	6 ECTS

Tabla adicional. Otras asignaturas optativas

(Se ofertará un máximo de 3 de las 4 en cada curso)	Teoría de números (TN)	800621	6 ECTS
	Cálculo de variaciones (CVAR)	800622	6 ECTS
	Mecánica celeste (MCEL)	800623	6 ECTS
	Matemáticas para la enseñanza (MENS)	800624	6 ECTS

## Grado en MATEMÁTICAS

### CONTENIDOS

#### PRIMER CURSO

##### **Matemáticas básicas**

- Lenguaje matemático.
- Métodos de demostración y resolución de problemas.
- Conjuntos, aplicaciones, relaciones de equivalencia y de orden.
- Números naturales, inducción, cardinales.
- Combinatoria básica, permutaciones.
- Aritmética.
- Números complejos.

##### **Álgebra lineal**

- Sistemas de ecuaciones lineales.
- Espacios vectoriales.
- Clasificación de endomorfismos.
- Formas cuadráticas: concepto y clasificación.
- Espacios vectoriales euclídeos.
- Espacios afines y afines euclídeos.
- Cónicas, cuádricas y movimientos.

##### **Análisis de variable real**

- Números reales.
- El cuerpo de los números complejos.
- Preliminares sobre funciones reales de variable real.
- Sucesiones de números reales.
- Series de números reales.
- Límites y continuidad de funciones reales de variable real.
- Derivadas de funciones reales de variable real.
- Aplicaciones de la derivada. Optimización.
- Integrales de funciones reales de variable real.
- Teorema Fundamental del Cálculo.
- Funciones elementales.
- Cálculo de primitivas.
- Integrales impropias.
- Aproximación por funciones polinómicas.
- Sucesiones y series de funciones. Convergencia uniforme.

##### **Elementos de Matemáticas y aplicaciones**

- Teoría de números (Congruencias, Teorema de Fermat, Teorema chino,  $\mathbb{Z}_n$ , Ecuaciones diofánticas sencillas) y aplicaciones.
- Dinámica discreta (Ecuaciones en diferencias lineales de 1er y 2º orden, Bifurcación y caos) y aplicaciones.
- Trigonometría plana y esférica (Triángulos esféricos, Coordenadas sobre la esfera y el elipsoide, Sistemas de referencia y transformaciones, Determinación de posiciones terrestres) y aplicaciones.
- Geometría (Grupos de simetría y su representación, Transformaciones, Teselaciones) y aplicaciones.
- Teoría de grafos (Definiciones, grafos eulerianos y hamiltonianos, matrices asociadas a grafos...) y aplicaciones.

## **Informática**

- Introducción al diseño y análisis de algoritmos.
- Programación estructurada: expresiones, condicionales, bucles y secuencias.
- Abstracción procedimental: subprogramas y paso de parámetros.
- Recursión.
- Tipos estructurados: arrays y registros.

## SEGUNDO CURSO

### **Cálculo diferencial**

- Conceptos topológicos de  $\mathbb{R}^n$ .
- Sucesiones, completitud, compacidad.
- Límites, continuidad y continuidad uniforme de funciones.
- Derivadas direccionales. Diferenciabilidad.
- Derivadas de orden superior.
- Extremos de funciones de varias variables.
- Teoremas de la función inversa e implícita.
- Extremos condicionados.

### **Estructuras algebraicas**

- Teoría elemental de anillos.
- Divisibilidad. Dominios de ideales principales. Dominios euclídeos. Dominios de factorización única.
- Factorización de los anillos de polinomios en una y varias variables.
- Teoría elemental de grupos.
- Ejemplos: grupo simétrico, grupo alternado, grupo diedral, grupos finitos de orden bajo, etc.
- Acción de un grupo sobre un conjunto. Teoremas de Sylow.
- Grupos libres. Generadores y relaciones.
- Teorema de clasificación de los grupos abelianos finitamente generados.

### **Geometría lineal**

- Paralelismo en el espacio afín y puntos de infinito.
- El espacio proyectivo. Inmersión del espacio afín en el proyectivo. Coordenadas.
- Razón simple y razón doble.
- Aplicaciones afines y aplicaciones proyectivas.
- Transformaciones de Möbius.
- Cuádricas afines y cuádricas proyectivas.

### **Métodos numéricos**

- Aritmética en coma flotante. Errores.
- Álgebra matricial.
- Métodos directos e iterativos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Interpolación polinómica y con splines. Diferenciación e integración numéricas.
- Resolución de ecuaciones no lineales. Cálculo de raíces de polinomios.

### **Probabilidad**

- Espacios de probabilidad. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos.
- Variables aleatorias unidimensionales y multidimensionales. Distribuciones y momentos. Independencia. Transformadas.
- Convergencias estocásticas. Teoremas límite.

### **Cálculo integral**

- Integración de funciones de varias variables.
- Teorema de Fubini.
- Teorema de cambio de variable.
- Derivación bajo el signo integral.
- Integrales impropias.
- Integrales de línea y superficie.
- Teoremas básicos de la integración vectorial.

### **Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias**

- Introducción a las ecuaciones diferenciales: solución general y problemas de valor inicial. Campos de direcciones e isoclinas. Poligonales de Euler.
- Ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones lineales de orden superior. Estructura del conjunto de soluciones. Matrices fundamentales de un sistema lineal homogéneo. Método de variación de las constantes. Exponencial de una matriz. Resolución de ecuaciones diferenciales de orden superior con coeficientes constantes. Comportamiento cualitativo de las soluciones de un sistema de ecuaciones de coeficientes constantes. Diagrama de fases de sistemas planos.
- Transformada de Laplace y método de series de potencias para la resolución de ecuaciones y sistemas lineales.
- Métodos elementales de resolución de ecuaciones diferenciales. Estudio de algunos modelos sencillos de las ciencias (física, química, biología).
- Resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

### **Estadística**

- Elementos del análisis de datos.
- Muestras y distribución de características muestrales.
- Modelos de inferencia. Estadísticos y sus propiedades básicas.
- Aproximación frecuentista: estimación por punto, por intervalo y contraste de hipótesis.
- Aproximación bayesiana: distribución final, intervalos creíbles y tests bayesianos.

### **Física**

- Mecánica newtoniana: cinemática y sistema de referencia. Leyes de Newton.
- Campo de fuerzas conservativo. Fuerza de atracción newtoniana.
- Teoría del potencial.
- Sistemas de partículas: Centro de masas y movimiento de dos cuerpos.
- Movimientos de un sólido rígido.
- Movimientos oscilatorios.
- Fenómenos ondulatorios. Interferencia. Difracción.

### **Investigación operativa**

- Problemas y modelos en Investigación Operativa.
- Programación lineal.
- Introducción a la programación entera.
- Introducción a la programación no lineal.

## TERCER CURSO. Obligatorias

### **Análisis de funciones de variable compleja**

- Funciones de variable compleja.
- La teoría de Cauchy.
- Analiticidad de las funciones holomorfas.
- Teoremas del módulo máximo, de la aplicación abierta y de la inversa. Singularidades aisladas.
- Teorema de Cauchy de los residuos y aplicaciones. Automorfismos del disco unidad.

### **Geometría diferencial de curvas y superficies**

- Curvas. Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Teorema Fundamental de Curvas.
- Superficies: Espacio tangente, diferencial, primera y segunda forma fundamental. Curvaturas: media, de Gauss y principales.
- Curvas notables en superficies: Líneas de curvatura, líneas asintóticas y geodésicas.
- Geometría intrínseca. Teorema Egregio de Gauss.

### **Topología elemental**

- Espacios topológicos.
- Aplicaciones continuas. Subespacios, cocientes y productos.
- Compacidad. Conexión. Homotopía.
- Grupo fundamental. Superficies compactas.

### **Ecuaciones diferenciales**

- Teoremas de existencia, unicidad, dependencia continua (respecto a parámetros y condiciones iniciales) y prolongabilidad de soluciones. Estabilidad de sistemas lineales.
- Ecuaciones autónomas de primer orden. Diagramas de bifurcación.
- Ecuaciones autónomas de segundo orden.
- Sistemas no lineales: Puntos de equilibrio, ecuación de las órbitas, linealización; estabilidad, diagrama de fases de sistemas no lineales.
- Sistemas conservativos.
- Funciones de Liapunov. Soluciones periódicas. Diagramas de bifurcación.

### **Análisis numérico**

- Solución Numérica de Problemas de Valor inicial.
- Introducción: Método de Euler, Método del trapecio.
- Consistencia, estabilidad y convergencia.
- Métodos lineales multipaso. Métodos de Predicción-Corrección.
- Métodos de Runge-Kutta.
- Ecuaciones diferenciales rígidas. A-estabilidad.
- Control del error local: Métodos adaptativos.
- Solución Numérica de Problemas de Contorno Lineales.
- Método de disparo. Método de las diferencias Finitas.

### **Optimización**

- Ampliaciones de programación lineal.
- Ampliaciones de programación entera.
- Introducción a la teoría de grafos.
- Programación no lineal.



## **Ecuaciones algebraicas**

- Extensiones de cuerpos. Extensiones finitas. Elementos algebraicos. Números algebraicos y trascendentes.
- Cuerpos de descomposición. Extensiones normales. Extensiones separables.
- Cuerpos finitos.
- Automorfismos de una extensión.
- Extensiones cíclicas. Extensiones ciclotómicas.
- Teorema fundamental de la teoría de Galois.
- Grupos resolubles. Teorema de Abel.
- Resolubilidad de ecuaciones por radicales.
- Teorema fundamental del Álgebra.

## TERCER CURSO. Optativas

### **Astronomía y geodesia**

- Introducción. Objetivos de la Astronomía y de la Geodesia.
- Figura y campo de gravedad de la Tierra. Geoide. Elipsoide.
- Geodesia geométrica. Redes.
- Introducción a la Geodesia Espacial.
- La Esfera celeste. Definiciones y conceptos.
- Sistemas de referencia astronómicos. Transformaciones.
- Movimiento diurno y rotación de la Tierra.
- Movimiento planetario. Leyes de Kepler y Newton.
- Introducción a las escalas de tiempo.
- El Sistema Solar: Sol, Luna, planetas, asteroides, satélites y cometas. Descripción.

### **Historia de las matemáticas**

- Las Matemáticas en la antigüedad: Egipto y Mesopotamia.
- Las matemáticas griegas: Pitágoras, Euclides, Arquímedes, Apolonio, Ptolomeo y Pappus.
- La matemática islámica en la Edad Media.
- Matemáticas en la baja Edad Media: Leonardo de Pisa, Thomas Bradwardine, Nicolás de Oresme, Nicolás de Cusa.
- Los comienzos del álgebra: Cardano, Tartaglia, Vieta.
- El nacimiento de la Geometría Analítica: Descartes y Fermat.
- La Geometría Proyectiva: Desargues y Pascal.
- Antecedentes del cálculo infinitesimal en el siglo XVII.
- Newton, Leibniz, y el nacimiento del cálculo infinitesimal.
- El siglo XVIII. Los Bernoulli y Euler.
- La aparición de las geometrías no euclídeas.
- La aritmetización del cálculo. La teoría de funciones en el siglo XIX.
- El álgebra abstracta.
- Teoría de conjuntos y nacimiento de los espacios abstractos.

### **Lógica matemática**

- Lógica proposicional.
- Lenguaje y semántica de la lógica proposicional. Un sistema formal de deducción para la lógica proposicional. Corrección, completitud y compacidad.
- Lógica de primer orden.
- Lenguajes de primer orden. Semántica de la lógica de primer orden: modelos. Un sistema formal de deducción para la lógica de primer orden. Teorías de primer orden. Corrección y completitud.
- Primeras nociones de teoría de modelos.
- Teoremas de compacidad y de Löwenheim-Skolem. Teorías completas. Eliminación de cuantificaciones.

### **Modelos estadísticos**

- Regresión lineal. Modelos lineales.
- Estadística no paramétrica.
- Análisis multivariante.
- Análisis de la varianza.

### **Teoría de conjuntos**

- Conjuntos. Axiomas.
- Las nociones básicas: relaciones, funciones y órdenes.
- Números naturales. Los sistemas de números.
- Equipotencia y comparabilidad.
- Conjuntos finitos. Conjuntos numerables.
- Conjuntos bien ordenados.
- Números ordinales. Aritmética ordinal.
- Axioma de elección.
- Números cardinales. Aritmética cardinal.
- El universo de los conjuntos.

### **Matemática elemental desde un punto de vista superior**

- El logaritmo y la función exponencial. Desarrollo histórico.
- Funciones goniométricas. Trigonometría. Representación de funciones periódicas.
- El teorema de Taylor.
- Los números  $e$  y  $\pi$ .
- La potencia de un conjunto.
- La ordenación de los elementos de un conjunto.
- Geometría Elemental a partir de los Elementos de Euclides.
- El sistema axiomático de Hilbert para la Geometría plana.
- Geometría neutra plana.
- Modelos: Planos cartesianos.
- Aritmética de segmentos.
- Área de figuras rectilíneas.
- El caso del postulado de las paralelas.
- Geometría no euclídea: la geometría hiperbólica.
- Modelos euclídeos de la geometría hiperbólica plana. o aritmética-álgebra.
- Las leyes fundamentales del cálculo.
- Los fundamentos lógicos de las operaciones con números enteros.
- La práctica del cálculo con números enteros.
- Los números negativos.
- Las fracciones.
- Los números irracionales.
- Los números complejos ordinarios.
- Cuaterniones.
- Ecuaciones con coeficientes y raíces reales.
- Teorema fundamental del Álgebra.
- Ecuaciones con un parámetro complejo.

## CUARTO CURSO. Matemática Pura y Aplicada I, II (comunes)

### **Curvas algebraicas**

- Curvas algebraicas planas (intersección; puntos singulares, tangentes, puntos de inflexión; familias de curvas; adición en una cúbica lisa).
- Ejemplos de variedades algebraicas y aplicaciones entre ellas (curvas racionales, aplicación de Veronese, aplicación de Segre; scrolls racionales normales, proyecciones, explosiones).
- Introducción a las nociones de dimensión, lisitud y grado.

### **Teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales**

- Introducción. Algunos modelos en ecuaciones en derivadas parciales. Condiciones de contorno y condiciones iniciales.
- Ecuaciones de primer orden. Características.
- Ecuaciones de Laplace y de Poisson. Ejemplos. Solución fundamental. Función de Green. Funciones armónicas. Principio del máximo. Problemas en todo el espacio. Problemas en dominios acotados.
- Separación de variables. Series de Fourier.
- Ecuación de ondas. Ejemplos. Problemas en todo el espacio: Fórmula de d'Alembert. Dominios acotados. Resolución mediante separación de variables. Modos de oscilación de una cuerda vibrante y de una membrana circular.
- Ecuación del calor. Ejemplos. Solución fundamental. Convolución. Separación de variables.
- Transformadas de Fourier y Laplace: Aplicaciones.

### **Teoría de la medida**

- Medida exterior. Medidas.
- Funciones medibles. Distintos tipos de convergencia.
- Integración con respecto a una medida. Teoremas de convergencia.
- Medidas con signo. Teorema de Radon-Nikodym.
- Espacios  $L_p$ .
- Producto de medidas. La integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ .

### **Variedades diferenciables**

- Variedades diferenciables.
- Campos y flujos.
- Tensores y formas diferenciales.
- Integración en variedades.
- Teorema de Stokes.

## CUARTO CURSO. Matemática Pura y Aplicada I

### **Topología algebraica**

- Grupos de homotopía y homología.
- Invarianza por homotopía.
- Sucesión exacta larga.
- Escisión. Mayer-Vietoris.
- Cálculos explícitos.

### **Álgebra conmutativa**

- Anillos conmutativos, ideales y módulos.
- Diccionario algebraico-geométrico (anillos coordenados, teorema de la base de Hilbert, teorema de los ceros de Hilbert, anillos normales, lema de normal de Noether y aplicaciones finitas; descomposición primaria y componentes irreducibles, no reducidas e inmersas; dimensión).
- Estudio local (localización, anillos locales y gérmenes de funciones, anillos locales regulares y puntos lisos).
- Otros anillos no geométricos.

### **Análisis complejo**

- Teoría global de Cauchy.
- Funciones armónicas.
- Aproximación por polinomios.
- Funciones meromorfas y holomorfas con polos o ceros prefijados.
- Prolongación analítica de funciones.
- Series y transformadas de Fourier.
- Funciones holomorfas de varias variables complejas: Resultados básicos, prolongación y dominios de holomorfía.

### **Análisis funcional**

- Espacios normados. Teorema de Hahn-Banach. Espacios de aplicaciones lineales continuas.
- Isomorfismos. Dual topológico. Topologías débiles. Teorema de la aplicación abierta. Principio de acotación uniforme. Espacios de Hilbert. Bases ortonormales.
- Introducción a la teoría espectral.
- Operadores compactos entre espacios de Banach.

### **Geometría diferencial**

- Métricas riemannianas.
- Diferenciación covariante.
- Curvatura. Geodésicas.
- Aplicación exponencial.
- Variedades de curvatura constante.
- Grupos de Lie.

## CUARTO CURSO. Matemática Pura y Aplicada II

### **Algebra computacional**

- Algoritmos en teoría de números: factorización y primalidad.
- Algoritmos en álgebra conmutativa y geometría algebraica. Bases de Gröbner.

### **Ampliación de ecuaciones en derivadas parciales**

- Formulación débil del problema de Dirichlet.
- Introducción a las distribuciones. Espacios de funciones ( $L_p$ ).
- Espacios de Hilbert y el Teorema de Lax-Milgram.
- Regularidad de las soluciones débiles.
- Ecuación de Laplace. Ecuación del calor. Ecuación de ondas.

### **Análisis numérico de ecuaciones en derivadas parciales**

- Esquemas de diferencias finitas: error de truncadura, estabilidad. Aplicación a la resolución de ecuaciones elípticas, parabólicas e hiperbólicas.
- Elementos finitos. Aspectos básicos. Ejemplos. Propiedades generales de los espacios de elementos finitos. Convergencia. Elementos finitos conformes.
- Aplicación a la resolución de problemas elípticos.

### **Análisis real**

- Operadores entre espacios de Banach. Resultados básicos.
- Operadores integrales y espacios funcionales clásicos.
- Teoría espectral de operadores acotados en espacios de Banach.
- Operadores compactos en espacios de Banach. Teoría espectral.
- Espacios de Hilbert. Bases y geometría.
- Teoría espectral de operadores autoadjuntos y compactos en espacios de Hilbert. Alternativa de Fredholm.
- Ecuaciones integrales. Problema de Sturm-Louville.
- Introducción a la Teoría de Distribuciones.

### **Procesos estocásticos y simulación**

- Sucesiones de variables aleatorias. Convergencias.
- Fundamentos de los procesos estocásticos.
- Cadenas de Markov en tiempo discreto.
- Simulación Montecarlo. Modelos, técnicas y aplicaciones de la simulación.

## CUARTO CURSO. Ciencias de la Computación

### **Algebra computacional**

- Algoritmos en teoría de números: factorización y primalidad.
- Algoritmos en álgebra conmutativa y geometría algebraica. Bases de Gröbner.

### **Autómatas y computabilidad**

- Introducción a los lenguajes formales.
- Lenguajes regulares: expresiones, reconocedores y propiedades.
- Lenguajes incontextuales: gramáticas, reconocedores y propiedades.
- Estructura sintáctica de los lenguajes de programación.
- Lenguajes incontextuales deterministas: gramáticas LL(K) y LR(K).
- Lenguajes recursivos y recursivamente enumerables. Gramáticas y reconocedores.
- Introducción a la teoría de la computabilidad: Máquinas de Turing y Tesis de Church.
- Complejidad de problemas NP-completitud.

### **Estructuras de datos**

- Estructuras de datos básicos: memoria estática y dinámica.
- Especificación e implementación de Tipos Abstractos de Datos.
- Programación orientada a objetos.
- Tipos de datos lineales y arborescentes.
- Conjuntos y Tablas asociativas.
- Estructuras arbóreas avanzadas.
- Colas de prioridad y montículos.
- Grafos.

### **Diseño de algoritmos**

- Diseño de algoritmos iterativos y recursivos.
- Análisis de la eficiencia de los algoritmos.
- Algoritmos de ordenación.
- Esquema algorítmico divide y vencerás.
- Métodos voraces.
- Búsqueda exhaustiva con vuelta atrás.
- Programación dinámica.
- Métodos de búsqueda inteligentes: ramificación y acotación.
- Evaluación de árboles de juego.
- Algoritmos probabilísticos (Montecarlo, Las Vegas).

### **Teoría de la programación**

- Semánticas de lenguajes de programación.
- Semánticas operacionales: cómputos paso a paso y semántica natural.
- Semántica denotacional.
- Teoría de dominios: continuidad y resolución de ecuaciones recursivas.
- Introducción a la teoría co-algebraica: bisimulación.

### **Programación declarativa**

- Programación imperativa vs programación declarativa.
- Paradigma funcional: funciones y evaluación de expresiones.
- Paradigma lógico: predicados y resolución de objetivos.
- Lógica de reescritura, programación multiparadigma: lenguaje Maude.

### **Programación paralela**

- Programación con memoria compartida.
- Monitores.
- Programación distribuida.
- Paso de mensajes síncronos y asíncronos.
- Protocolos de comunicación.
- Algoritmos paralelos. Programación en la GRID.
- Especificación de sistemas concurrentes.
- Tecnologías para el desarrollo de sistemas concurrentes y distribuidos.

### **Geometría computacional**

- Envoltura convexa.
- Cálculo de intersecciones de familias de segmentos.
- Triangulación de polígonos. Diagramas de Voronoi.
- Triangulaciones de Delauney.



## CUARTO CURSO. Otras optativas

### **Mecánica celeste**

- Problema de los n-cuerpos. Integrales primeras.
- Problema de dos cuerpos: Movimiento Kepleriano.
- Elementos orbitales. Cálculo de efemérides.
- Métodos de determinación de órbitas.
- Perturbaciones generales: Método de variación de las constantes.
- Perturbaciones especiales: Métodos numéricos.
- Maniobras impulsivas. Problemas de control.
- Rectificación de órbitas. Ajustes mínimos cuadrados de parámetros variables.
- Trayectorias Tierra-Luna.
- Movimiento de satélites artificiales. Aplicaciones geodésicas.
- Teoría planetaria. Estabilidad.
- Rotación de la Tierra.
- Introducción a la Mecánica celeste relativista.

### **Cálculo de variaciones**

- Problemas variacionales básicos. Ecuación de Euler-Lagrange. Ejemplos: la catenaria, el braquistócrono, películas de jabón eje-simétricas (superficies mínimas de revolución).
- Geodésicas en superficies. Primera y segunda variación de la longitud y la energía. Propiedades minimizantes de las geodésicas. Teorema de Hopf-Rinow para superficies.
- Dinámica de partículas. El principio de Hamilton para partículas libres y partículas sujetas a ligaduras holonómicas. Equivalencia con la segunda ley de Newton.
- La formulación hamiltoniana. Transformada de Legendre. La ecuación de Hamilton-Jacobi.
- Breve introducción descriptiva al caso de varias variables independientes: la ecuación de Laplace, problemas de Sturm-Liouville, superficies mínimas, desigualdades isoperimétricas.

### **Matemáticas para la enseñanza**

- Naturaleza del pensamiento matemático.
- Investigación actual en los métodos y contenidos de la educación matemática.
- Resolución de problemas como eje del aprendizaje matemático.
- Utilización de los medios tecnológicos en el aprendizaje matemático.
- Procesos de pensamiento en el aprendizaje matemático.
- Problemas específicos de las didácticas de las diferentes materias (Didáctica del Análisis, Didáctica del Álgebra, Didáctica del Geometría, Didáctica de la Estadística y Didáctica de la Probabilidad).

### **Teoría de números**

- Reciprocidad cuadrática.
- Formas cuadráticas: representación de enteros.
- Composición de Gauss, teoría del género.
- Reciprocidad cúbica y cuártica.
- Números algebraicos.
- Cuerpos cuadráticos: grupos de ideales, unidades, teoremas de finitud.
- Correspondencia entre formas cuadráticas y cuerpos cuadráticos.
- Leyes generales de reciprocidad.

## COMPETENCIAS BÁSICAS Y GENERALES

### BÁSICAS

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

### GENERALES

- CG1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG2 - Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG4 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT1 - Haber demostrado poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas, partiendo de la base de la educación secundaria general, y alcanzando un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de dicha área.
- CT2 - Saber aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y en la resolución de problemas.
- CT3 - Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- CT4 - Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- CT5 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE1 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.
- CE2 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3 - Planificar la resolución de un problema en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE4 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE5 - Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
- CE6 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.
- CE7 - Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.



		Competencias Específicas						
Materia	Asignaturas	CE1	CE2	CE3	CE4	CE5	CE6	CE7
1.1	MB,AL,AR	X	X	X			X	X
1.2	IN	X	X	X	X	X	X	X
1.3	E	X	X	X	X		X	X
1.4	F	X	X	X	X		X	X
2.1	EM	X	X	X	X		X	X
2.2	CD,CI	X	X	X	X		X	X
2.3	MN,IO	X	X	X	X	X	X	X
2.4	ED	X	X	X	X		X	X
2.5	EA	X	X	X			X	X
2.6	P	X		X			X	X
2.7	GL	X		X			X	X
3.1	GD,TOEL	X	X	X	X		X	X
3.2	EDIF,ANNU	X	X	X	X	X	X	X
3.3	AFVC	X	X	X	X		X	X
3.4	OPTI	X	X	X	X	X	X	X
3.5	EAL	X	X	X	X		X	X
4.1	HM,MELE	X	X	X	X		X	X
4.2	AG	X	X	X	X		X	X
4.3	MEST	X	X	X	X		X	X
4.4	LM,TC	X	X	X	X		X	X
5.1	TCEP	X	X	X	X		X	X
5.2	CALG	X	X	X	X		X	X
5.3	TMED	X	X	X			X	X
5.4	VDIF	X		X	X		X	X
6.1	ALCN	X	X	X	X		X	X
6.2	GDIF,TOAL	X	X	X	X		X	X
6.3	ANFN,ANCP	X	X	X	X		X	X
7.1	AMEP,ANEP	X	X	X	X	X	X	X
7.2	ANRE	X	X	X	X		X	X
7.3	PROS	X	X	X	X	X	X	X
7.4	ALCP	X	X	X	X	X	X	X
8.1	ALCP	X	X	X	X	X	X	X
8.2	EDAT,DIAL	X	X	X		X	X	X
8.3	AUTC	X	X	X		X	X	X
9.1	TPRO,PRDE,PRPA	X		X		X	X	X
9.2	GCOM	X	X	X	X	X	X	X
10.1	TN	X	X	X			X	X
10.2	CVAR	X	X	X			X	X
10.3	MCEL	X	X	X			X	X
10.4	MENS	X	X	X	X		X	X
11	TFG	X	X	X	X	X	X	X

## ACTIVIDADES FORMATIVAS

- AF1: Clases teóricas
- AF2: Clases prácticas
- AF3: Tutorías
- AF4: Estudio autónomo de los contenidos
- AF5: Otras actividades
- AF6: Actividades de evaluación

## METODOLOGÍAS DOCENTES

- MD1: Clases teóricas con exposición teórica por parte del profesor
- MD2: Clases prácticas de resolución de problemas individual o en grupo, tutorizada por el profesor
- MD3: Clases prácticas en aulas de informática
- MD4: Resolución individual o en grupo de problemas y entrega de algunos problemas escogidos por escrito
- MD5: Elaboración de las prácticas, incluyendo memoria o preparación de la presentación oral
- MD6: Exposiciones orales por grupos de alumnos

## SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- SE1: Examen o prueba objetiva
- SE2: Examen oral (no se utiliza)
- SE3: Entrega de prácticas o proyectos
- SE4: Disertación o presentación
- SE5: Prueba escrita
- SE6: Evaluación in situ mediante observación directa de trabajo y desempeño de los alumnos
- SE7: Elaboración de la memoria
- SE8: Trabajo autónomo del alumno

		Actividades Formativas													
		AF1		AF2		AF3		AF4		AF5		AF6			
Materia	Asignaturas	h	%p	h	%p	h	%p	h	%p	h	%p	h	%p	H	ECTS
1.1	MB,AL,AR	300	100	150	100	45	50	609	0	0	0	21	100	1125	45
1.2	IN	25	100	50	100	7,5	50	102	0	0	0	3	100	188	7,5
1.3	E	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
1.4	F	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
2.1	EM	50	100	25	100	7,5	50	102	0	0	0	3	100	188	7,5
2.2	CD,CI	90	100	30	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
2.3	MN,IO	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
2.4	ED	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
2.5	EA	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
2.6	P	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
2.7	GL	45	100	15	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
3.1	GD,TOEL	90	100	60	100	15	50	204	0	0	0	6	100	375	15
3.2	EDIF,ANNU	75	100	60	100	13,5	50	183	0	0	0	6	100	338	13,5
3.3	AFVC	45	100	30	100	7,5	50	102	0	0	0	3	100	188	7,5
3.4	OPTI	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
3.5	EAL	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
4.1	HM,MELE	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
4.2	AG	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
4.3	MEST	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
4.4	LM,TC	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
5.1	TCEP	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
5.2	CALG	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
5.3	TMED	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
5.4	VDIF	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
6.1	ALCN	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
6.2	GDIF,TOAL	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
6.3	ANFN,ANCP	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
7.1	AMEP,ANEP	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
7.2	ANRE	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
7.3	PROS	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
7.4	ALCP	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
8.1	ALCP	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
8.2	EDAT,DIAL	60	100	60	100	12	50	162	0	0	0	6	100	300	12
8.3	AUTC	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
9.1	TPRO,PRDE,PRPA	90	100	90	100	18	50	243	0	0	0	9	100	450	18
9.2	GCOM	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
10.1	TN	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
10.2	CVAR	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
10.3	MCEL	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
10.4	MENS	30	100	30	100	6	50	81	0	0	0	3	100	150	6
11	TFG					20	50	279	0			1	100	300	12

AF1: Clases teóricas

AF2: Clases prácticas

AF3: Tutorías

AF4: Estudio autónomo de los contenidos

AF5: Otras actividades

AF6: Actividades de evaluación

		Metodologías Docentes					
Materia	Asignaturas	MD1	MD2	MD3	MD4	MD5	MD6
1.1	MB,AL,AR	X	X		X	X	X
1.2	IN	X		X		X	
1.3	E	X	X		X		
1.4	F	X	X		X		
2.1	EM	X	X		X	X	X
2.2	CD,CI	X	X		X		
2.3	MN,IO	X	X	X	X	X	X
2.4	ED	X	X		X		
2.5	EA	X	X		X		X
2.6	P	X	X		X		
2.7	GL	X	X		X		
3.1	GD,TOEL	X	X		X		
3.2	EDIF,ANNU	X	X	X		X	
3.3	AFVC	X	X		X		
3.4	OPTI	X	X		X	X	
3.5	EAL	X	X				
4.1	HM,MELE	X	X		X		
4.2	AG	X	X	X	X	X	
4.3	MEST	X	X	X		X	
4.4	LM,TC	X	X		X		
5.1	TCEP	X	X		X		
5.2	CALG	X	X		X		
5.3	TMED	X	X		X		
5.4	VDIF	X	X		X		
6.1	ALCN	X	X		X		X
6.2	GDIF,TOAL	X	X		X		
6.3	ANFN,ANCP	X	X		X		
7.1	AMEP,ANEP	X	X		X		
7.2	ANRE	X	X		X		
7.3	PROS	X	X				
7.4	ALCP	X	X	X	X	X	
8.1	ALCP	X	X	X	X	X	
8.2	EDAT,DIAL	X	X	X	X	X	
8.3	AUTC	X	X	X	X		
9.1	TPRO,PRDE,PRPA	X	X	X	X	X	X
9.2	GCOM	X	X	X	X	X	X
10.1	TN	X	X		X		
10.2	CVAR	X	X		X		
10.3	MCEL	X	X	X	X	X	X
10.4	MENS	X	X	X		X	
11	TFG						

MD1: Clases teóricas con exposición teórica por parte del profesor

MD2: Clases prácticas de resolución de problemas individual o en grupo, tutorizada por el profesor

MD3: Clases prácticas en aulas de informática

MD4: Resolución individual o en grupo de problemas y entrega de algunos problemas escogidos por escrito

MD5: Elaboración de las prácticas, incluyendo memoria o preparación de la presentación oral

MD6: Exposiciones orales por grupos de alumnos

		Sistemas de Evaluación															
		SE1		SE3		SE4		SE5		SE6		SE7		SE8			
Materia	Asignaturas	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	MIN	MAX
1.1	MB,AL,AR	70	100	0	30					0	10					70	140
1.2	IN	40	60	30	50					5	15					75	125
1.3	E	60	80	20	40											80	120
1.4	F	75	95	0	10					0	10					75	115
2.1	EM	70	80			0	5			20	30					90	115
2.2	CD,CI	70	90							0	20					70	110
2.3	MN,IO	70	85	0	25					0	15					70	125
2.4	ED	50	100			0	20			0	20					50	140
2.5	EA	60	85	15	40	0	10	15	40	0	20					90	195
2.6	P	70	90							10	30					80	120
2.7	GL	60	90	10	20					10	20					80	130
3.1	GD,TOEL	80	90	0	10	0	10	0	10	0	5					80	125
3.2	EDIF,ANNU	60	70	0	30	0	10	0	40	0	10					60	160
3.3	AFVC	80	100	0	20	0	10	0	20	0	10					80	160
3.4	OPTI	70	85	15	25			15	25	0	5					100	140
3.5	EAL	60	90	0	20	0	20	0	25	0	15					60	170
4.1	HM,MELE	0	100	0	20			0	80							0	200
4.2	AG	70	85	0	20			0	20	0	10					70	135
4.3	MEST	70	85	0	25					0	10					70	120
4.4	LM,TC	80	100	0	20			0	20	0	10					80	150
5.1	TCEP	90	100	0	10					0	10					90	120
5.2	CALG	80	100	0	20	0	20									80	140
5.3	TMED	80	100	0	20			0	20							80	140
5.4	VDIF	80	90	0	10			0	10	0	5					80	115
6.1	ALCN	0	100	0	40	0	40									0	180
6.2	GDIF,TOAL	50	70	0	40	0	30	0	30	0	20					50	190
6.3	ANFN,ANCP	70	100	0	20			0	25							70	145
7.1	AMEP,ANEP	60	80	0	25			0	40	0	20					60	165
7.2	ANRE	60	80	0	30	0	30									60	140
7.3	PROS	70	90	10	30			0	30							80	150
7.4	ALCP	0	100	0	40			0	60							0	200
8.1	ALCP	0	100	0	40			0	60							0	200
8.2	EDAT,DIAL	70	80	0	25	0	25	0	20	0	20					70	170
8.3	AUTC	80	90	0	20			0	20							80	130
9.1	TPRO,PRDE,PRPA	0	90	20	70	20	70	0	40	0	30					40	300
9.2	GCOM	0	100	0	20	0	20									0	140
10.1	TN	80	100	0	20			0	20							80	140
10.2	CVAR	60	100	0	40	0	40	0	40	0	20					60	240
10.3	MCEL	70	80	0	20	0	20	0	20							70	140
10.4	MENS	40	60	0	40					0	20					40	120
11	TFG					30	30					35	35	35	35	100	100

SE1: Examen o prueba objetiva

SE2: Examen oral (no se utiliza)

SE3: Entrega de prácticas o proyectos

SE4: Disertación o presentación

SE5: Prueba escrita

SE6: Evaluación in situ mediante observación directa de trabajo y desempeño de los alumnos

SE7: Elaboración de la memoria

SE8: Trabajo autónomo del alumno